



Inferência I

LISTA 7

Data da lista	12/05 e 14/05
Preceptor(a)	Matheus Yukio Kassada Ito
Curso(s) atendido(s)	Estatística
Orientador(a)	Brian Alvarez Ribeiro de Melo

1) Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição com f.d.p.

$$f(x | \theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad \theta > 0.$$

(a) Determine o EMV de θ e mostre que sua variância tende a zero quando $n \rightarrow \infty$.

(b) Determine o EMM de θ .

2) Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição $N(\mu, \sigma^2)$.

(a) Mostre que o estimador

$$\sum_{i=1}^n a_i X_i$$

é não viesado para μ se

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1, \quad (a_i > 0).$$

(b) Entre todos os estimadores dessa forma, determine o que possui a menor variância e a calcule.

3) Seja X_1, \dots, X_n uma amostra aleatória da distribuição Bernoulli(p).

(a) Mostre que o EMV \bar{X} atinge o Limite Inferior de Cramér–Rao e, portanto, é o ENNVUM de p .

(b) Para $n \geq 4$, mostre que o produto

$$X_1 X_2 X_3 X_4$$

é um estimador não viesado de p^4 e use este fato para determinar o ENNVUM de p^4 .

4) Suponha que uma lâmpada comum, uma lâmpada de longa duração e uma lâmpada de duração extra-longa estejam sendo testadas. A vida útil X_1 da lâmpada comum tem distribuição exponencial com média θ , a vida útil X_2 da lâmpada de longa duração tem distribuição exponencial com média 2θ e a vida útil X_3 da lâmpada extra-longa tem distribuição exponencial com média 3θ .

- (a) Determine o EMV de θ com base nas observações X_1 , X_2 e X_3 .
- (b) Calcule o viés do estimador encontrado no item (a).
- (c) Determine a Informação de Fisher $I(\theta)$.
- (d) Determine o LICR para ENV de θ .
- (e) Mostre que o EMV atinge o LICR.